Q&A: Alcune domande e relative risposte

Q: *Non mi è del tutto chiaro il metodo di passaggio dalla prima alla seconda forma canonica e viceversa.*

Assumendo che nella SOP i mintermini hanno valore 1 e nella POS i Maxtermini valore 0. Per passare da una forma all'altro si dovrebbe negare tutto e basta (utilizzando De Morgan dove ~(xy) =~x+~y?

Ad esempio:

SOP: ABC+A~B~C
che sviluppato viene: AC

POS corrispondente:
~(ABC+A~B~C)
che sviluppato viene: ~A+~C

A: Magari fosse cosi semplice....

La SOP si ottiene sommando (OR) tutti i mintermini della funzione cioè tutti i mintermini per cui la funzione vale 1. I mintermini sono funzioni contenenti tutti i letterali, eventualmente negati, che hanno la caratteristica di assumere valore 1 solo per una particolare configurazione per cui anche la funzione di partenza vale 1. Sommando tutti i mintermini si coprono tutti gli 1 della funzione originaria e quello che si ottiene è una formula che ha la stessa tabella di verità della funzione originaria.
Es:

AB	A+B	min-termini
00	0	
01	1	~AB = m1
10	1	A~B = m2
11	1	AB = m3

A+B = ~AB + A~B + AB   forma SOP

la forma POS si ottiene moltiplicando (AND) tutti i Maxtermini della funzione originaria. Maxtermini sono funzioni che vanno a 0 solo in corrispondenza di un solo 0 della funzione originaria. Facendo il prodotto di tutti i Maxtermini si ottiene una formula che ha la stessa tabella di verità della funzione originaria e quindi della forma SOP.
Es:

AB	A+B	Max-termini
00	0	A+B=M0
01	1	
10	1	
11	1	

A+B = A+B   forma POS

Negare la forma SOP significa considerare la funzione negata di quella originaria.
Es.

AB	Not(A+B)	min-termini	Max-termini
00	1	~A~B=m0	
01	0		A+~B =M1
10	0		~A+B =M2
11	0		~A+~B =M3

~(SOP)=~(~AB + A~B + AB) = (A+~B)(~A+B)(~A+~B) = ~(A+B)=~(POS)

che è la negazione della funzione originaria.

In generale, ma non è l'unico modo, **conviene sviluppare la POS applicando la distributiva una parentesi alla volta, semplificando dove possibile ad ogni passaggio, fino ad arrivare ad una somma di prodotti. Infine con assorbimento o elemento neutro si ricrea la forma SOP.**

Es.:

POS = A+B = A1+B1
= A(~B+B)+B(A+~A)
= A~B+AB+BA+B~A
= A~B+~AB+AB = SOP

Circa l'esempio da lei proposto, ABC+A~B~C, questa è una funzione che ha due 1 in corrispondenza di 111 e 100 mentre tutte le altre configurazioni sono a 0 quindi la SOP è m7+m4 mentre la POS e' M0*M1*M2*M3*M5*M6 cioe'
(A+B+C)(A+B+~C)(A+~B+C)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
Semplificando la SOP si ottiene:
A(BC+~B~C) = A~(B xor C)

se vogliamo passare da POS a SOP:

POS
(AA+AB+AC+BA+BB+BC+~CA+~CB+~CC)(A+~B+C)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(A+AB+AC+B+BC+A~C+B~C)(A+~B+C)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(A+B)(A+~B+C)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(AA+BA+A~B+B~B+AC+BC)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(A+BC)(A+~B+~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(AA+ABC+A~B+BC~B+A~C+BC~C)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(A)(~A+B+~C)(~A+~B+C)
(A~A+AB+A~C)(~A+~B+C)
(AB+A~C)(~A+~B+C)
(AB~A+A~C~A+AB~B+A~C~B+ABC+A~CC)
(A~C~B+ABC)
ABC+A~B~C
SOP

Q: Quando parliamo di una ALU che deve effettuare una sottrazione A-B ed in particolare del modulo ALU0 di una ALU a 32bit abbiamo una XOR che effettua la selezione di B oppure ~B in base al segnale di controllo InvertiB. E' però necessario anche sommare 1 per avere il complemento a 2 di B. Mi pare di aver capito dalle slide [....] e dal testo che quando InvertiB è 1 viene settato ad 1 anche Rin per realizzare il complemento a 2. Ma questo non può essere fatto mettendo in OR Rin e InvertiB in modo da ottenere Rin quanto InvertiB è 0 e 1 quando InvertiB è 1?

A: per realizzare il complemento a 2 di un numero b è necessario calcolare la formula ~b+1. Questo può essere fatto settando opportunamente il segnale Rin del FA che somma i bit 0. Se usiamo Rin per questo scopo non possiamo usarlo per riportare un eventuale riporto da un sommatore precedente, almeno non nel caso di sottrazioni.
Mettere in OR un segnale Rin in ingresso alla ALU e il segnale InvertiB significa implementare una tabella di questo tipo:

InvertiB	Risultato
0	A+B+Rin
1	A-B

In pratica con la sua soluzione quando InvertiB è a 1, l'eventuale Rin in ingresso verrebbe ignorato o, se preferisce, coperto dal segnale necessario per eseguire il complemento a 2.

Q: Buongiorno prof. Marchi, sono la matricola […]
Avrei bisogno di alcuni chiarimenti su questo esercizio, non è che gentilmente riuscirebbe ad aiutarmi?

-Si dimostri, con passaggi algebrici, che:

(a + ~b)(~a + ~c) = ~a ~b + a~c

Cordiali saluti

A:
Di norma si parte eliminando le parentesi

(a + ~b)(~a + ~c)
=(a + ~b)~a + (a + ~b)~c ;x(y+z)=xy+xz
=a~a + ~b~a + a~c + ~b~c ;piu volte

poi si eliminano termini nulli, doppi, costanti
usando identita, elemento nullo, assorbimento

=0 + ~b~a + a~c + ~b~c ;x~x=0
=~b~a + a~c + ~b~c ;0+x=x
=~a~b + a~c + ~b~c ;xy=yx

poi si cerca di aggiustare la formula usando assorbimento
alla rovescia oppure, come in questo caso, si cerca di
eliminare l'elemento di troppo spalmandolo sugli altri termini

=~a~b + a~c + ~b~c 1 ;x=x1
=~a~b + a~c + ~b~c (a+~a) ;1=x+~x
=~a~b + a~c + ~b~ca + ~b~c~a ;x(y+z)=xy+xz
=~a~b + ~a~b~c + a~c + a~c~b ;xy=yx piu volte
=~a~b + ~a~b~c + a~c + a~c~b ;x+xy=x
=~a~b + a~c
;x+xy=x due volte

CVD